

Textos Explicativos

Razões Trigonométricas — Tangente de um Ângulo

Material de apoio para a Lista de Exercícios — Tangente de um ângulo em um triângulo retângulo e aplicações

1. Definição e Cálculo da Tangente de um Ângulo

Questões relacionadas: 1, 2 e 7

Em um triângulo retângulo, a tangente de um ângulo agudo é a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida do cateto adjacente a ele. Diferente do seno e do cosseno, a tangente não relaciona nenhum dos catetos com a hipotenusa — ela compara apenas os dois catetos entre si.

$$\text{tg } \theta = \text{cateto oposto} / \text{cateto adjacente}$$

Essa razão indica o quanto o triângulo "sobe" para cada unidade que ele "avança": quanto maior a tangente, mais inclinado é o ângulo. A partir dessa fórmula é possível calcular a tangente quando se conhecem os dois catetos, ou calcular um dos catetos quando se conhecem a tangente e o outro cateto.

Exemplo prático: em um triângulo retângulo, o cateto oposto a um ângulo α mede 6 cm e o cateto adjacente mede 8 cm. A tangente do ângulo é $\text{tg } \alpha = 6/8 = 0,75$.

Outro exemplo: em um triângulo retângulo, o cateto oposto a um ângulo θ mede 12 cm e $\text{tg } \theta = 1,5$. Isolando o cateto adjacente na fórmula, $1,5 = 12/\text{adjacente} \rightarrow \text{adjacente} = 12/1,5 = 8 \text{ cm}$.

2. Tangente, Seno e Cosseno — Diferenças

Questão relacionada: 6

A tangente, o seno e o cosseno são as três razões trigonométricas mais usadas para relacionar os ângulos de um triângulo retângulo com as medidas de seus lados. Elas se diferenciam pelos lados que cada uma relaciona: o seno de um ângulo agudo é a razão entre o cateto oposto a esse ângulo e a hipotenusa; o cosseno é a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa; já a tangente é a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente, sem envolver diretamente a hipotenusa. Assim, enquanto o seno e o cosseno sempre comparam um cateto com a hipotenusa (o maior lado do triângulo), a tangente compara os dois catetos entre si.

3. Aplicações da Tangente para Calcular Alturas e Distâncias

Questões relacionadas: 3, 4, 5 e 9

Uma das aplicações mais comuns da tangente é calcular a altura de um objeto — um prédio, uma torre, uma rampa — a partir de um ângulo conhecido e de uma distância horizontal medida no solo, sem a necessidade de medir diretamente essa altura. Nessas situações, o ângulo formado com o solo (ou com a horizontal) é o ângulo θ do triângulo retângulo, o lado vertical (altura) é o cateto oposto a θ , e o lado horizontal é o cateto adjacente. A fórmula da tangente é então usada isolando-se a altura:

$$\text{tg } \theta = \text{altura} / \text{distância horizontal} \rightarrow \text{altura} = \text{distância horizontal} \times \text{tg } \theta$$

Exemplo 1 — sombra: um prédio projeta uma sombra de 20 m no solo no momento em que os raios solares formam um ângulo de 45° com o solo. Como $\text{tg } 45^\circ = 1$, altura = $20 \times 1 = 20 \text{ m}$.

Exemplo 2 — rampa: uma rampa forma um ângulo de 30° com o solo e tem 10 m de projeção horizontal. Usando $\text{tg } 30^\circ \approx 0,577$, altura = $10 \times 0,577 = 5,77 \text{ m}$.

Exemplo 3 — torre: um observador está a 50 m da base de uma torre e observa o topo sob um ângulo de elevação de 60° . Usando $\text{tg } 60^\circ \approx 1,732$, altura = $50 \times 1,732 = 86,6 \text{ m}$.

Exemplo 4 — escada: uma escada apoiada em uma parede forma um ângulo de 60° com o chão, com a base a 2 m da parede. Altura = $2 \times 1,732 = 3,464 \text{ m}$.

4. Por que a Tangente de 90° Não é Definida

Questão relacionada: 8

A tangente de um ângulo é definida como a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente a esse ângulo. Se o ângulo agudo do triângulo retângulo se aproxima de 90° , o cateto adjacente a ele fica cada vez menor, tendendo a zero — nesse limite, o triângulo deixa de existir como tal, pois um dos catetos desaparece. Como a fórmula da tangente exige uma divisão pelo cateto adjacente, e a divisão por zero não é uma operação definida na matemática, a tangente de 90° não possui um valor numérico definido (diz-se que ela tende ao infinito).

5. Tangente e Declividade (Inclinação) de Rampas e Estradas

Questão relacionada: 10

A declividade (ou inclinação) de uma rampa, escada ou estrada é a medida de quão íngreme ela é, geralmente expressa como a razão entre o desnível vertical (a variação de altura) e a distância horizontal percorrida. Essa razão é exatamente a definição da tangente do ângulo de inclinação: quanto maior a tangente desse ângulo, mais inclinada é a rampa ou a estrada.

Exemplo prático: placas de trânsito que indicam a inclinação de uma subida costumam expressar esse valor em porcentagem, calculada a partir da tangente do ângulo da rampa — uma declividade de 10%, por exemplo, corresponde a uma tangente de 0,10, ou seja, um desnível de 10 m para cada 100 m percorridos horizontalmente. É o mesmo princípio usado nos cálculos de altura de rampas e prédios apresentados no tópico anterior.