

Textos Explicativos

Equação da Reta — Coeficiente Angular

Material de apoio para a Lista de Exercícios — Coeficiente angular, equação da reta e aplicações

1. Coeficiente Angular: Definição e Significado Geométrico

Questão relacionada: 1

O coeficiente angular (m) de uma reta é a taxa de variação de y em relação a x — ou seja, o quanto o valor de y varia para cada unidade de variação de x . Ele é calculado pela razão entre a variação de y (Δy) e a variação de x (Δx) entre dois pontos quaisquer da reta:

$$m = \Delta y / \Delta x$$

Geometricamente, o coeficiente angular representa a inclinação da reta em relação ao eixo x : quanto maior o valor absoluto de m , mais inclinada (mais 'íngreme') é a reta; quanto mais próximo de zero, mais próxima da horizontal ela fica.

2. Cálculo do Coeficiente Angular a partir de Dois Pontos

Questões relacionadas: 2 e 6

Quando se conhecem as coordenadas de dois pontos distintos de uma reta, o coeficiente angular pode ser calculado diretamente pela razão entre a diferença das ordenadas (y) e a diferença das abscissas (x) desses pontos:

$$m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

Exemplo 1: a reta que passa pelos pontos $A(1, 2)$ e $B(4, 11)$ tem coeficiente angular $m = (11-2)/(4-1) = 9/3 = 3$ — como m é positivo, a reta é crescente.

Exemplo 2: a reta que passa pelos pontos $C(0, 5)$ e $D(5, 0)$ tem coeficiente angular $m = (0-5)/(5-0) = -5/5 = -1$ — como m é negativo, a reta é decrescente.

3. Forma Reduzida da Equação da Reta: Identificando m e n

Questões relacionadas: 3 e 10

A equação de uma reta pode ser escrita na chamada forma reduzida, $y = m \cdot x + n$, em que m é o coeficiente angular (a inclinação da reta) e n é o coeficiente linear, que corresponde ao valor de y quando $x = 0$ — ou seja, ao ponto em que a reta cruza o eixo y .

$$y = m \cdot x + n$$

Exemplo 1 — identificação direta: na equação $y = 3x - 5$, o coeficiente angular é $m = 3$ e o coeficiente linear é $n = -5$.

Essa mesma estrutura aparece com frequência em situações do dia a dia envolvendo uma taxa fixa somada a um custo que cresce proporcionalmente a alguma variável, como o tempo.

Exemplo 2 — aplicação prática: uma empresa cobra uma taxa fixa de instalação de R\$ 50,00 e uma mensalidade de R\$ 30,00. O custo total C em função do número de meses x é $C = 30x + 50$, em que o coeficiente angular $m = 30$ representa o custo mensal (a taxa de crescimento do custo a cada mês) e o coeficiente linear $n = 50$ representa a taxa fixa inicial — o valor de C quando $x = 0$, antes de qualquer mensalidade ser cobrada.

4. Equação da Reta a partir de um Ponto e do Coeficiente Angular

Questões relacionadas: 4 e 8

Quando se conhece um ponto (x_0, y_0) pertencente à reta e seu coeficiente angular m , é possível determinar a equação completa da reta usando a equação fundamental da reta (ou equação ponto-coeficiente angular):

$$y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$$

Exemplo 1 — coeficiente angular já conhecido: a reta que passa pelo ponto $(2, 3)$ e tem coeficiente angular $m = 4$ tem equação $y - 3 = 4(x - 2) \rightarrow y = 4x - 8 + 3 \rightarrow y = 4x - 5$.

Quando o coeficiente angular não é dado diretamente, mas se conhecem dois pontos da reta, basta calcular m primeiro (como visto no tópico 2) e depois aplicar a mesma equação fundamental usando qualquer um dos dois pontos conhecidos:

Exemplo 2 — calculando m a partir de dois pontos: a reta que passa pelos pontos $(-2, 1)$ e $(2, 9)$ tem coeficiente angular $m = (9-1)/(2-(-2)) = 8/4 = 2$. Usando o ponto $(-2, 1)$: $y - 1 = 2(x - (-2)) \rightarrow y - 1 = 2x + 4 \rightarrow y = 2x + 5$.

5. Retas Paralelas e Coeficiente Angular

Questão relacionada: 5

Duas retas são paralelas quando têm exatamente a mesma inclinação — ou seja, o mesmo coeficiente angular. Essa é uma condição simples e muito útil: basta comparar os valores de m de duas retas para saber se elas são paralelas, sem a necessidade de desenhar ou visualizar seus gráficos.

$$\text{Retas paralelas: } m_1 = m_2$$

Exemplo prático: se uma reta tem coeficiente angular $m_1 = 2/3$, qualquer reta paralela a ela deve ter coeficiente angular $m_2 = 2/3$ também.

6. Sinal do Coeficiente Angular: Retas Crescentes, Decrescentes e Constantes

Questão relacionada: 7

O sinal do coeficiente angular indica diretamente o comportamento da reta: quando m é positivo, a reta é crescente (o valor de y aumenta à medida que x aumenta); quando m é negativo, a reta é decrescente (o valor de y diminui à medida que x aumenta); e quando m é igual a zero, a reta é horizontal, ou seja, constante — o valor de y não varia, independentemente do valor de x .

7. Coeficiente Angular e a Tangente do Ângulo de Inclinação

Questão relacionada: 9

O coeficiente angular de uma reta tem uma interpretação trigonométrica direta: ele é numericamente igual à tangente do ângulo θ que essa reta forma com o eixo x (medido no sentido positivo, isto é, no sentido anti-horário a partir do eixo x).

$$m = \operatorname{tg} \theta$$

Essa relação conecta o conceito de coeficiente angular, estudado em Geometria Analítica, com a tangente estudada em Trigonometria: quanto maior o ângulo de inclinação da reta em relação ao eixo x (até se aproximar de 90°), maior é o valor absoluto do coeficiente angular — o que é coerente com o fato de a tangente crescer rapidamente à medida que o ângulo se aproxima de 90° .