

Lista de Exercícios 3

Linguagem Algébrica — Fórmulas e Generalização

Conteúdos: Sequências quadráticas, fórmulas geométricas tridimensionais, identidades algébricas, funções por partes e inequações — aprofundamento

Nome: _____ Data: ____/____/____

1. Escreva, em linguagem algébrica, a expressão que representa 'o produto de um número pelo seu sucessor'. Utilize essa expressão para calcular esse produto quando o número for 7.

Fórmula(s): $n \cdot (n + 1)$ (produto de um número pelo seu sucessor)

2. Generalize, em linguagem algébrica, a fórmula de Gauss para a soma dos n primeiros números naturais: $S = n(n+1)/2$. Utilize essa fórmula para calcular a soma dos primeiros 50 números naturais ($1 + 2 + 3 + \dots + 50$).

Fórmula(s): $S = n(n + 1) / 2$ (fórmula de Gauss — soma dos n primeiros números naturais)

3. Uma sequência numérica é formada pelos termos 1, 4, 9, 16, 25, ... (os quadrados perfeitos). Escreva a fórmula geral (termo geral) dessa sequência e, usando essa fórmula, calcule o seu 12º termo.

Fórmula(s): $a_n = n^2$ (termo geral da sequência dos quadrados perfeitos)

4. Escreva a fórmula geral que representa o volume de um paralelepípedo retângulo (uma caixa retangular) em função de suas três dimensões: comprimento a , largura b e altura c . Utilize-a para calcular o volume de uma caixa com 4 m de comprimento, 3 m de largura e 2 m de altura.

Fórmula(s): $V = a \cdot b \cdot c$ (volume do paralelepípedo retângulo)

5. Um plano de internet oferece 10 GB inclusos por uma mensalidade fixa de R\$ 50,00, cobrando R\$ 5,00 por GB excedente. Escreva a expressão algébrica que representa o custo total C em função do consumo x (em GB), válida para um consumo x maior que 10 GB, e utilize-a para calcular o custo de um mês com consumo de 14 GB.

Fórmula(s): $C = 50 + 5 \cdot (x - 10)$, para $x > 10$

6. A diagonal de um retângulo pode ser calculada, em função de seus lados, a partir do Teorema de Pitágoras. Escreva a fórmula geral da diagonal d de um retângulo de base b e altura h , e utilize-a para calcular a diagonal de um retângulo com base 6 cm e altura 8 cm.

Fórmula(s): $d = \sqrt{(b^2 + h^2)}$ (diagonal do retângulo, via Teorema de Pitágoras)

7. Verifique algebricamente a identidade 'a diferença entre os quadrados de dois números é igual ao produto da soma pela diferença desses números' ($a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$), desenvolvendo o produto $(a + b) \cdot (a - b)$ passo a passo e mostrando que o resultado é, de fato, igual a $a^2 - b^2$.

Fórmula(s): $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$ (identidade da diferença de quadrados)

8. Um capital inicial C é aplicado a juros compostos, com taxa fixa i por período. Escreva a fórmula algébrica geral que representa o montante M após n períodos de aplicação, e utilize-a para calcular o montante de um capital de R\$ 2.000,00 aplicado a uma taxa de 10% ao mês, durante 3 meses.

Fórmula(s): $M = C \cdot (1 + i)^n$ (montante em juros compostos)

9. Traduza para linguagem algébrica a afirmação 'o dobro de um número, diminuído de 3 unidades, é maior que a metade desse mesmo número', escrevendo-a na forma de uma inequação (desigualdade) algébrica, sem resolvê-la.

Fórmula(s): $2x - 3 > x/2$ (inequação algébrica)

10. Explique a diferença entre uma fórmula algébrica geral — válida para qualquer valor da variável, como $P = 2 \cdot (b + h)$ para o perímetro de qualquer retângulo — e um caso numérico particular obtido a partir dela, como o perímetro de um retângulo específico de base 5 e altura 3. Destaque a importância da generalização algébrica para resolver toda uma família de problemas semelhantes por meio de uma única fórmula.

Fórmula(s): Questão teórica — fórmula geral $\times$ caso numérico particular
