

Gabarito com Resolução — Teorema de Tales

Feixe de retas paralelas cortadas por transversais; proporcionalidade de segmentos; aplicação em triângulos e em problemas do cotidiano

1. Enuncie o Teorema de Tales. Em seguida, escreva a proporção que ele estabelece para um...

Fórmula(s): $AB / BC = A'B' / B'C'$ (retas paralelas cortadas por transversais determinam segmentos proporcionais)

Teorema de Tales: um feixe de retas paralelas cortado por duas retas transversais determina, nas transversais, segmentos proporcionais, ou seja, a razão entre dois segmentos de uma transversal é igual à razão entre os segmentos correspondentes da outra. Para o feixe $a \parallel b \parallel c$, cortado por t e s : $AB/BC = A'B'/B'C'$ (também vale $AB/A'B' = BC/B'C'$ e $AC/A'C' = AB/A'B'$).

2. Três retas paralelas a , b e c são cortadas por duas transversais, t e s . Na transversal...

Fórmula(s): $AB / BC = A'B' / B'C'$ (multiplicação cruzada: meios $\times$ extremos)

Pelo Teorema de Tales: $AB/BC = A'B'/B'C' \rightarrow 6/9 = 4/B'C'$. Multiplicando cruzado: $6 \times B'C' = 9 \times 4 \rightarrow 6 \times B'C' = 36 \rightarrow B'C' = 6$ cm.

3. Um feixe de retas paralelas determina, em uma transversal, os segmentos $AB = x$ e $BC = 12$...

Fórmula(s): $AB / BC = A'B' / B'C'$; $x / 12 = 5 / 15$

$AB/BC = A'B'/B'C' \rightarrow x/12 = 5/15$. Multiplicando cruzado: $15x = 12 \times 5 = 60 \rightarrow x = 4$ cm.
(Verificação: $5/15 = 1/3$ e $4/12 = 1/3 \checkmark$.)

4. Em um feixe de retas paralelas cortado por duas transversais, os segmentos em uma delas...

Fórmula(s): $AB / BC = A'B' / B'C'$; $x / (x + 4) = 3 / 5$ (multiplicação cruzada)

$x/(x + 4) = 3/5 \rightarrow 5x = 3 \times (x + 4) \rightarrow 5x = 3x + 12 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6$. Então $AB = 6$ cm e $BC = 6 + 4 = 10$ cm. (Verificação: $6/10 = 3/5 \checkmark$.)

5. Três terrenos têm frente para a Avenida Central, com medidas de 20 m, 30 m e 40 m. As...

Fórmula(s): $AB / BC / CD \propto A'B' / B'C' / C'D'$; razão entre as partes e soma: $k = \text{soma total} \div \text{soma das partes}$

As larguras na Rua dos Fundos são proporcionais às frentes. Soma das frentes: $20 + 30 + 40 = 90$ m; soma dos fundos: 135 m. Razão de proporcionalidade: $k = 135/90 = 1,5$. Larguras: $20 \times 1,5 = 30$ m; $30 \times 1,5 = 45$ m; $40 \times 1,5 = 60$ m. Verificação: $30 + 45 + 60 = 135$ m $\checkmark$.

6. No mesmo instante, um poste vertical de 3 m de altura projeta no chão uma sombra de 2 m,...

Fórmula(s): Razões iguais (raios paralelos): altura do poste / sombra do poste = altura do prédio / sombra do prédio

Como os raios solares são paralelos, o poste e o prédio formam triângulos proporcionais (aplicação do Teorema de Tales). Altura do poste / sombra do poste = altura do prédio / sombra do prédio $\rightarrow 3/2 = h/30 \rightarrow 2h = 90 \rightarrow h = 45$ m.

7. Em um triângulo ABC, o ponto D pertence ao lado AB e o ponto E pertence ao lado AC, de...

Fórmula(s): Tales no triângulo ($DE \parallel BC$): $AD / DB = AE / EC$; $AC = AE + EC$

Como $DE \parallel BC$, vale Tales no triângulo: $AD/DB = AE/EC \rightarrow 4/6 = 6/EC \rightarrow 4 \times EC = 36 \rightarrow EC = 9$ cm. O lado AC mede $AE + EC = 6 + 9 = 15$ cm.

8. Em um triângulo ABC, o segmento DE é paralelo a BC, com D em AB e E em AC. Sabendo que AD...

Fórmula(s): $AD / DB = AE / EC$; $x / (x + 3) = 4 / 6$; $AB = AD + DB$

$DE \parallel BC \rightarrow AD/DB = AE/EC \rightarrow x/(x + 3) = 4/6 = 2/3 \rightarrow 3x = 2 \times (x + 3) \rightarrow 3x = 2x + 6 \rightarrow x = 6$. Portanto $AD = 6$ cm, $DB = 9$ cm e $AB = 6 + 9 = 15$ cm. (Verificação: $6/9 = 2/3$ e $4/6 = 2/3 \checkmark$.)

9. Quatro retas paralelas são cortadas por duas transversais. Na primeira transversal, os...

Fórmula(s): Soma das partes: $k = (\text{total da 2ª transversal}) \div (\text{total da 1ª transversal})$; cada segmento = $k \times \text{segmento correspondente}$

Na 1ª transversal, o total é $3 + 5 + 7 = 15$ cm, e na 2ª o total é 30 cm. A razão de proporcionalidade é $k = 30/15 = 2$. Os segmentos da 2ª transversal medem: $3 \times 2 = 6$ cm; $5 \times 2 = 10$ cm; $7 \times 2 = 14$ cm. Verificação: $6 + 10 + 14 = 30$ cm ✓.

10. Três ruas paralelas são cortadas por duas avenidas. Na Avenida 1, a distância entre a 1ª...

Fórmula(s): $(1ª-2ª) / (2ª-3ª) = 80 / 120$; razão $k = 150 \div (80 + 120)$; cada distância = $k \times \text{valor correspondente}$

Na Avenida 1, o total entre a 1ª e a 3ª rua é $80 + 120 = 200$ m. Na Avenida 2, esse total é 150 m, então $k = 150/200 = 0,75$. Distância entre a 1ª e a 2ª rua: $80 \times 0,75 = 60$ m. Entre a 2ª e a 3ª rua: $120 \times 0,75 = 90$ m. Verificação: $60 + 90 = 150$ m ✓ e $60/90 = 80/120 = 2/3$ ✓.